

COMANDO DA AERONÁUTICA
CENTRO DE GERENCIAMENTO DA NAVEGAÇÃO AÉREA



NOCIONES BÁSICAS DE MATEMÁTICA

ÍNDICE

1.	DISPOSICIONES PRELIMINARES	02
1.1.	FINALIDAD	02
1.2.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	02
1.3.	ALCANCE	02
1.4.	ELABORACIÓN Y REVISIÓN	02
1.5.	GRADO DE RESERVA	02
2.	DEFINICIONES	03
3.	EJERCICIOS	07
4.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	08

1. DISPOSICIONES PRELIMINARES

1.1 FINALIDAD

La presente nota tiene por finalidad brindar los alumnos de conocimientos relacionados a los cálculos básicos de matemática, a fin de que puedan entender más fácilmente el cálculo de Capacidad de Pista y de Sectores utilizados en el Centro de Gestión de Navegación Aérea.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- (a) Identificar el concepto básico de porcentaje.
- (b) Identificar los conceptos básicos de medias aritmética y ponderada.
- (c) Identificar el concepto básico de varianza y desviación estándar.

1.3 ALCANCE

La presente nota ha sido desarrollada para el Curso de Cálculo de Capacidad, impartido por el Centro de Gestión de la Navegación Aérea (CGNA)

1.4 ELABORACION Y REVISION

Elaborada por el Ten EST Isabela Gomes da Fonseca en 2011.

1.5 GRADO DE RESERVA

El presente documento ha sido clasificado como reservado.

2 DEFINICIONES

Porcentaje: es una medida de la razón con basada en 100 (cien). Es una manera de expresar una proporción o una relación entre 2 (dos) valores (una es la parte y el otro es un número entero)

$$\text{Percentual} = \frac{x}{N} \cdot 100$$

EJEMPLO 1: ¿Cuál es el porcentaje de cada categoría de los datos abajo?

Categoría	Cantidad
A	4
B	40
C	300
D	56
TOTAL	400

Solución:

- Categoría A = $\frac{4}{400} \cdot 100 = 1\%$
- Categoría B = $\frac{40}{400} \cdot 100 = 10\%$
- Categoría C = $\frac{300}{400} \cdot 100 = 75\%$
- Categoría D = $\frac{56}{400} \cdot 100 = 14\%$

Media Aritmética Simple - La *media aritmética*, o simplemente *media*, de un conjunto de N números ($X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$) y representada por \bar{X} (lea-se “X barra”) y es definida por

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

EJEMPLO 2: ¿Cuál es la media aritmética del tiempo de ocupación de pista de una aeronave, siendo que su aterrizaje duró 90 segundos y su despegue duró 110 segundos?

Solución:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{N} = \frac{90 + 110}{2} = 100 \text{ segundos}$$

Media Aritmética Ponderada – En algunas situaciones, los números $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ son asociados a ciertos factores de ponderación o pesos $p_1, p_2, p_3, \dots, p_N$, que dependen del significado o importancia atribuida a los números. En ese caso,

$$\bar{X}_p = \frac{X_1 p_1 + X_2 p_2 + X_3 p_3 + \dots + X_N p_N}{p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i p_i}{\sum_{i=1}^N p_i}$$

Tienen la denominación de *media aritmética ponderada*. Ponderar es sinónimo de pesar. En el cálculo de la media aritmética ponderada, multiplicamos cada valor del conjunto por su "peso", sumados esos productos y dividimos por la suma de "pesos".

EJEMPLO 3: ¿Cuál es la media aritmética ponderada del tiempo de recorrido final del conjunto de aeronaves debajo?

Categoría da Aeronave	Tiempo de recorrido (seg)	MIX %
A	265	1
B	255	10
C	234	75
D	222	14

Solución:

$$\bar{X}_p = \frac{(265 * 1) + (255 * 10) + (234 * 75) + (222 * 14)}{1 + 10 + 75 + 14} = \frac{265 + 2.553 + 17.532 + 3.111}{100}$$

$$\bar{X}_p = \frac{23.462}{100} = 234,62 \cong 235 \text{ segundos}$$

Varianza - La varianza expresa la dispersión de los valores alrededor de la media. Por definición, la varianza es siempre **no** negativa. Cuando es necesario distinguir entre la varianza poblacional y la varianza de la muestra, se adopta frecuentemente los símbolos σ^2 (letra minúscula griega *sigma*) y s^2 , respectivamente.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{N} \rightarrow \text{Varianza poblacional}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \rightarrow \text{Varianza de la muestra}$$

Donde:

x_i - cada elemento

\bar{x} - media aritmética de los elementos

N - tamaño de la población

n - tamaño de la muestra

La unidad de medida de la varianza es el cuadrado de la unidad de medida de los elementos del conjunto observado, lo que dificulta su interpretación. Para facilitar el entendimiento, se utiliza la desviación estándar.

EJEMPLO 4: ¿Cuál es la varianza de la muestra del conjunto de abajo?

Categoría	Cantidad
A	4
B	5
C	3
D	8

Solución:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{n} = \frac{4 + 5 + 3 + 8}{4} = 5$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(4-5)^2 + (5-5)^2 + (3-5)^2 + (8-5)^2}{4-1}$$

$$s^2 = \frac{(-1)^2 + (0)^2 + (-2)^2 + (3)^2}{3} = \frac{1+0+4+9}{3}$$

$$s^2 = \frac{14}{3} = 4,67$$

Desviación Estándar – La desviación estándar es definida como la raíz cuadrada de la varianza. Es expresada en las mismas unidades de medida de las observaciones estudiadas y representado por los símbolos σ^2 (desviación estándar poblacional) y s^2 (desviación estándar de la muestra).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{N}} \rightarrow \text{Desviación Estándar Poblacional}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \rightarrow \text{Desviación Estándar De la Muestra}$$

Donde:

x_i - cada elemento

\bar{x} - media aritmética de los elementos

N - tamaño de la población

n - tamaño de la muestra

EJEMPLO 5: Cual es la desviación estándar de la muestra del conjunto de datos del ejemplo 4?

$$s^2 = 4,67$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{4,67} = 2,16$$

3 EJERCICIOS

EJERCICIO 1: Cual es el porcentaje de cada grupo, sabiendo que las aeronaves que pertenecen a los grupos I, II, III y IV, respectivamente, son 2, 3, 10 e 5?

EJERCICIO 2: ¿Cuál es la media aritmética del tiempo de ocupación de pista de una aeronave, siendo que su aterrizaje duró 75 segundos y su despegue duró 115 segundos?

EJERCICIO 3: ¿Cuál es la media aritmética ponderada del tiempo de ruta en final para el conjunto de aeronaves abajo?

CAT	TIEMPO (SEG)	MIX (%)
A	250	10
B	230	25
C	210	60
D	190	5

EJERCICIO 4: ¿Cuál es la varianza de la muestra del conjunto abajo?

Categoría	Cantidad
A	2
B	3
C	10
D	5

EJERCICIO 5: Cual es la desviación estándar de la muestra para el conjunto de datos del ejercicio 4?

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ESTADÍSTICA. Coleção Schaum – Spiegel, Murray y Stephens, Larry, 4ª edición.