



Departamento de Controle do Espaço Aéreo





NOÇÕES BÁSICAS DE MATEMÁTICA



Ten Isabela - Estatística



Departamento de Controle
do Espaço Aéreo





OBJETIVO:

Conhecer alguns conceitos básicos de matemática para facilitar o cálculo de Capacidade de Pista e de Setores utilizados no CGNA.



Departamento de Controle
do Espaço Aéreo





ROTEIRO:

- Percentual;
- Médias aritméticas simples e ponderada;
- Variância;
- Desvio Padrão; e
- Exercícios.



Departamento de Controle
do Espaço Aéreo





Percentual:

- É uma medida de razão com base 100 (cem). É um modo de expressar uma proporção ou uma relação entre 2 valores.

$$\textit{Percentual} = \frac{x}{N} \bullet 100$$





Exemplo 1:

$$Percentual = \frac{x}{N} \cdot 100$$

➤ Qual é o percentual de cada categoria dos dados abaixo?

Categoria	Quantidade
A	4
B	40
C	300
D	56
TOTAL	400





Exemplo 1:

$$Percentual = \frac{x}{N} \cdot 100$$

➤ Qual é o percentual de cada categoria dos dados abaixo?

Categoria	Quantidade	Solução	Resultado (%)
A	4	$\frac{4}{400} \cdot 100$	1%
B	40		
C	300		
D	56		
TOTAL	400		





Exemplo 1:

$$Percentual = \frac{x}{N} \cdot 100$$

➤ Qual é o percentual de cada categoria dos dados abaixo?

Categoria	Quantidade	Solução	Resultado (%)
A	4	$\frac{4}{400} \cdot 100$	1%
B	40	$\frac{40}{400} \cdot 100$	10%
C	300		
D	56		
TOTAL	400		





Exemplo 1:

$$Percentual = \frac{x}{N} \cdot 100$$

➤ Qual é o percentual de cada categoria dos dados abaixo?

Categoria	Quantidade	Solução	Resultado (%)
A	4	$\frac{4}{400} \cdot 100$	1%
B	40	$\frac{40}{400} \cdot 100$	10%
C	300	$\frac{300}{400} \cdot 100$	75%
D	56		
TOTAL	400		





Exemplo 1:

$$Percentual = \frac{x}{N} \cdot 100$$

➤ Qual é o percentual de cada categoria dos dados abaixo?

Categoria	Quantidade	Solução	Resultado (%)
A	4	$\frac{4}{400} \cdot 100$	1%
B	40	$\frac{40}{400} \cdot 100$	10%
C	300	$\frac{300}{400} \cdot 100$	75%
D	56	$\frac{56}{400} \cdot 100$	14%
TOTAL	400		





Exemplo 1:

$$Percentual = \frac{x}{N} \cdot 100$$

➤ Qual é o percentual de cada categoria dos dados abaixo?

Categoria	Quantidade	Solução	Resultado (%)
A	4	$\frac{4}{400} \cdot 100$	1%
B	40	$\frac{40}{400} \cdot 100$	10%
C	300	$\frac{300}{400} \cdot 100$	75%
D	56	$\frac{56}{400} \cdot 100$	14%
TOTAL	400	$\frac{400}{400} \cdot 100$	100%





Média Simples :

➤ A *média aritmética*, ou simplesmente *média*, de um conjunto de N números $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N)$ é representada por (leia-se “X barra”) e é definida por

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

- ❖ Sintetiza um conjunto de dados em um só número
- ❖ É uma medida de tendência central
- ❖ É fortemente influenciada pelos valores extremos
- ❖ Depende de todos os valores
- ❖ Não é necessária a sua existência real





Média Simples:

➤ A *média aritmética*, ou simplesmente *média*, de um conjunto de N números $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N)$ é representada por (leia-se “X barra”) e é definida por

$$\bar{X} = \frac{2 + 4 + 4 + 5 + 55}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

- ❖ Sintetiza um conjunto de dados em um só número
- ❖ É uma medida de tendência central
- ❖ É fortemente influenciada pelos valores extremos
- ❖ Depende de todos os valores
- ❖ Não é necessária a sua existência real





Exemplo 2:

➤ Qual é a média aritmética do tempo de ocupação de pista de uma aeronave, sendo que seu pouso durou 90 segundos e sua decolagem durou 110 segundos?

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{N} = \frac{90 + 110}{2} = 100 \text{ segundos}$$





Média Ponderada:

➤ Ponderar é sinônimo de pesar. No cálculo da média aritmética ponderada, multiplicamos cada valor do conjunto por seu "peso", somamos estes produtos e dividimos pelo somatório dos "pesos".

$$\bar{X}_p = \frac{X_1p_1 + X_2p_2 + X_3p_3 + \dots + X_Np_N}{p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i p_i}{\sum_{i=1}^N p_i}$$





Exemplo 3:

➤ Qual é a média aritmética ponderada do tempo do percurso na final no conjunto de aeronaves abaixo?

Categoria da Aeronave	Tempo de percurso (seg)	MIX %
A	265	1
B	255	10
C	234	75
D	222	14

$$\bar{X}_p = \frac{X_1p_1 + X_2p_2 + X_3p_3 + \dots + X_Np_N}{p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i p_i}{\sum_{i=1}^N p_i}$$





Exemplo 3:

➤ Qual é a média aritmética ponderada do tempo do percurso na final no conjunto de aeronaves abaixo?

Categoria da Aeronave	Tempo de percurso (seg)	MIX %
A	265	1
B	255	10
C	234	75
D	222	14

$$\bar{X}_p = \frac{(265 * 1) + (255 * 10) + (234 * 75) + (222 * 14)}{1 + 10 + 75 + 14}$$

$$\bar{X}_p = \frac{23.462}{100} = 234,62 \cong 235 \text{ segundos}$$





Variância:

- Expressa a dispersão dos valores em torno da média. Por definição, a variância é sempre não negativa.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

→ Variância Populacional

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

→ Variância Amostral

OBS: Quanto maior a variância, maior é a variabilidade dos dados.





Exemplo 4:

➤ Qual é a variância amostral do conjunto abaixo?

Categoria	Quantidade
A	4
B	5
C	3
D	8

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{n} = \frac{4 + 5 + 3 + 8}{4} = 5$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(4-5)^2 + (5-5)^2 + (3-5)^2 + (8-5)^2}{4-1}$$

$$s^2 = \frac{14}{3} = 4,67$$





Desvio Padrão:

- É a raiz quadrada da variância. É expresso nas mesmas unidades de medidas das observações estudadas.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

→ Desvio Padrão Populacional

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

→ Desvio Padrão Amostral

OBS: Quanto maior a desvio padrão, maior é a variabilidade dos dados.





Exemplo 5:

➤ Qual é o desvio padrão amostral do conjunto de dados do exemplo 4?

$$s^2 = 4,67$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{4,67} = 2,16$$





Exercícios





Exercício 1:

➤ Qual é o percentual de cada grupo, sabendo que as quantidades de aeronaves que pertencem aos grupos I, II, III e IV, respectivamente, são 2, 3, 10 e 5?

Solução:

Grupo	Quantidade
I	2
II	3
III	10
IV	5

$$\text{Grupo I: } \frac{2}{20} \cdot 100 = 10\%$$

$$\text{Grupo II: } \frac{3}{20} \cdot 100 = 15\%$$

$$\text{Grupo III: } \frac{10}{20} \cdot 100 = 50\%$$

$$\text{Grupo IV: } \frac{5}{20} \cdot 100 = 25\%$$





Exercício 2:

➤ Qual é a média aritmética do tempo de ocupação de pista de uma aeronave, sendo que seu pouso durou 75 segundos e sua decolagem durou 115 segundos?

Solução:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{N} = \frac{75 + 115}{2} = 95 \text{ segundos}$$





Exercício 3:

➤ Qual é a média aritmética ponderada do tempo do percurso na final no conjunto de aeronaves abaixo?

Solução:

CAT	TEMPO (SEG)	MIX (%)
A	250	10
B	230	25
C	210	60
D	190	5

$$\bar{X}_p = \frac{(250 * 10) + (230 * 25) + (210 * 60) + (190 * 5)}{10 + 25 + 60 + 5}$$

$$\bar{X}_p = \frac{21.800}{100} = 218 \text{ segundos}$$





Exercício 4:

➤ Qual é a variância amostral do conjunto abaixo?

Solução:

Categoria	Quantidade
A	2
B	3
C	10
D	5

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{n} = \frac{2 + 3 + 10 + 5}{4} = 5$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(2-5)^2 + (3-5)^2 + (10-5)^2 + (5-5)^2}{4-1}$$

$$s^2 = \frac{38}{3} = 12,67$$





Exercício 5:

➤ Qual é o desvio padrão amostral do conjunto de dados do exercício 4?

Solução:

$$s^2 = \frac{38}{3} = 12,67$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{12,67} = 3,56$$





Gerenciar para que todos possam voar.



Departamento de Controle
do Espaço Aéreo

